ОСНОВЫ МАШИНОВЕДЕНИЯ

Лабораторная работа

Тема: Нагрев твердых тел в электрической печи сопротивления

Цель работы

Экспериментально и расчетным путем определить температуры поверхности и центра цилиндра при нагреве в электрической печи сопротивления, сравнить полученные результаты.

Общие сведения

Нагрев твердых тел осуществляется за счет передачи тепла теплопроводностью. **Теплопроводность** представляет собой процесс распространения тепловой энергии между частями тела, имеющими разные температуры.

Рассмотрим нагрев однородного и изотропного тела. **Изотропным** называется физическое тело, обладающее одинаковыми физическими свойствами по всем направлениям. При нагреве такого тела температура его в различных точках изменяется во времени, и теплота распространяется от мест с более высокой температурой к местам с более низкой температурой. Из этого следует, что в общем случае процесс передачи теплоты теплопроводностью в твердом теле сопровождается изменением температуры, как в пространстве, так и во времени:

$$t = f(x, y, z;\ \tau),$$

где x, y, z - координаты точки;

τ - время.

Эта функция определяет температурное поле в рассматриваемом физическом теле. В математической физике **температурным полем** называют совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек изучаемого пространства**,** в котором протекает процесс.

Если температура тела есть функция координат и времени, то температурное поле будет **нестационарным**, т.е. зависящим от времени:

$$t = f(x, y, z, \tau); \qquad \frac{dt}{d\tau} \neq 0.$$

Такое температурное поле отвечает неустановившемуся режиму теплопроводности. Если температура тела есть функция только координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле тела будет **стационарным**:

$$t = f(x, y, z); \qquad \frac{dt}{d\tau} = 0..$$

Оба рассмотренных уравнения описывают трехмерное температурное поле. Уравнение **двухмерного температурного поля** имеет вид:

$$t = f(x, y, \tau); \qquad \frac{dt}{d\tau} \neq 0.$$ - нестационарный режим;

$$t = f(x, y); \qquad \frac{dt}{d\tau} = 0.$$ - стационарный режим.

На практике встречаются задачи, когда температура тела является функцией только одной координаты, тогда уравнение **одномерного температурного поля** записывается:

$$t = f(x, \tau); \qquad \frac{dt}{d\tau} \neq 0$$ - нестационарный режим;

$$t = f(x); \qquad \frac{dt}{d\tau} = 0$$ - стационарный режим.

Одномерной считается задача о переносе теплоты в стенке, у которой длину и ширину можно считать бесконечно большими по сравнению с толщиной.

При анализе температурного поля тела можно выделить точки, имеющие одинаковую температуру. Если соединить точки тела с одинаковой температурой, то получим поверхность равных температур, называемую **изотермной.** Изотермные поверхности никогда не пересекаются между собой, а замыкаются либо на себя, либо на поверхность тела.

Анализируя тепловое взаимодействие двух изотермных поверхностей, можно сделать вывод, что количество тепла, проходящее от одной поверхности (имеющей большую температуру) к другой поверхности (имеющей меньшую температуру), зависит от разности температур и расстояния между ними. Предел отношения изменения разности температур к расстоянию между изотермами по нормали называется **градиентом температуры**:

$$gradt = \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn} = \frac{dt}{dx}.$$

Градиент температуры измеряется в градусах на метр. Математически градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермной поверхности в сторону возрастания температуры (к источнику теплоты) и численно равный частной производной от температуры по этому направлению. Физически градиент температуры иллюстрирует изменение температуры на единицу расстояния – температура численно возрастает при перемещении вдоль положительного направления вектора градиента температуры и убывает при обратном перемещении.

Таким образом, для перемещения теплоты в любом теле или пространстве необходимо наличие разности температур в различных точках тела. При передаче тепла теплопроводностью градиент температуры не может быть равен нулю.

Связь между количеством теплоты dQ, проходящим через элементарную площадку dF, расположенную на изотермической поверхности, за промежуток времени $d\tau$, и градиентом температуры устанавливается законом Фурье:

$$dQ = -\lambda dF gradt \; d\tau = -\lambda dF\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right).$$

Знак «минус» показывает, что в направлении теплового потока температура убывает и величина градиента температуры является величиной отрицательной. Множитель λ называют **коэффициентом теплопроводности**, который характеризует способность физического тела проводить теплоту. Размерность коэффициента теплопроводности

$$\lambda, \left[\frac{Дж}{м^2 \cdot с \cdot \frac{град}{м}}\right] = \left[\frac{Вт}{м \cdot град}\right].$$

Численное значение коэффициента теплопроводности представляет собой количество теплоты, проходящей через единицу изотермной поверхности в единицу времени при условии, что градиент температуры равен единице.

По физической сущности нагрев или охлаждение тел связаны с изменением их теплосодержания. Чем выше коэффициент теплопроводности тела λ и чем меньше его объёмная теплоемкость ρC, тем быстрее при всех прочих равных условиях оно прогревается или охлаждается. Следовательно, скорость нагревания или охлаждения тел зависит от коэффициента температуропроводности:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C}.$$

Распространение тепла может происходить и во времени и в пространстве, причем изменение температуры во времени в направлении всех трех координат описывается известным уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho C}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right).$$

Для одномерного теплового поля это уравнение имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho C}\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Если нагреваемое цилиндрическое тело имеет длину, в несколько раз превышающую его диаметр, то можно считать, что тепло поступает в тело только через боковую поверхность. Передачей тепла через торцевые поверхности можно пренебречь.

Изменение температуры во времени при симметричном нагреве цилиндра через боковую поверхность описывается дифференциальным уравнением вида

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right),$$

где r - расстояние элементарного слоя от оси цилиндра.

Уравнение теплопроводности имеет множество различных частных решений. Зная отдельные частные решения уравнения, можно их суммировать. Полученная сумма решений также является решением данного уравнения.

Решение уравнения теплопроводности совместно с краевыми условиями позволяет получить конкретную зависимость температуры какой-либо точки тела от целого ряда аргументов $(\tau, x, y, z, \lambda, C, \rho, t_{нач}, \ldots)$.

Большое практическое значение имеет дифференциальное уравнение при граничных условиях III рода (при $t_{печи}$=const). Анализ этого уравнения показывает, что температура t зависит от двух безразмерных критериев:

$$F_0 = \frac{a\tau}{S^2}, \qquad Bi = \frac{\alpha S}{\lambda}$$

и симплекса r/R. Следовательно, решение дифференциального уравнения теплопроводности при граничных условиях III рода может быть представлено в виде критериального уравнения

$$\theta = f(F_0, Bi, r/R),$$

где *критерий Био*

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}$$

представляет собой отношение внутреннего теплового сопротивления R/λ к внешнему тепловому сопротивлению $1/\alpha$;

критерий Фурье

$$F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$$

определяет время процесса и называется безразмерным временем, R^2/a - инерционное время, являющееся мерой запаздывания начала процесса нагрева на оси тела по сравнению с началом процесса нагрева на его поверхности; *симплекс* r/R характеризует положение по толщине тела точки, для которой определяют температуру. Так, для центра нагреваемого тела $г$ = 0 и r/R = 1, для поверхности r = 0 и r/R = 0.

Критерий

$$\theta = \frac{t_{печи} - t^{к}}{t_{печи} - t^{н}}$$

представляет собой безразмерный температурный критерий, где $t^н$ и $t^к$ - начальная и конечная температуры нагреваемого тела; $t_{печи}$ - температура печи.

Таким образом, решая критериальное уравнение $\theta = f(F_0, Bi, r/R)$ для поверхности тела (r/R =1), получим температурный критерий поверхности:

$$\theta_{пов} = \frac{t_{печ} - t^к_{пов}}{t_{печ} - t^н_{пов}}.$$

Для центра изделия

$$\theta_{ц} = \frac{t_{печ} - t^к_{ц}}{t_{печ} - t^н_{ц}}.$$

Описание установки

Лабораторная установка (рис.2.22) состоит из электрической печи сопротивления 1, стального образца 2 с начеканенными в центре и на поверхности термопарами 3, измерительного прибора 4, нагревательных элементов 5. Термопара – это устройство для измерения температуры, состоит из двух последовательно соединенных (спаянных) между собой разнородных проводников. Если спаи находятся при разных температурах, то в цепи возникает термоЭДС, величина которой однозначно связана с разностью температур "горячего" и "холодного" контактов, что и фиксируется прибором.

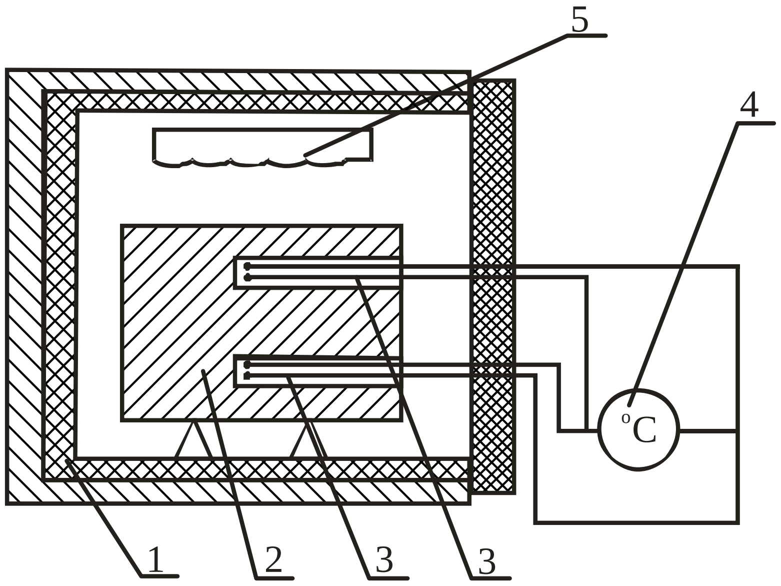

Рисунок 2.22 – Схема лабораторной установки

Ход работы

1 Цилиндрический стальной образец диаметром $\boldsymbol{d}$ = 58 мм и длиной **l** = 1мм поместить в печь, нагретую до 800^0С.

2 Нагреть образец при $\boldsymbol{t_{печ}}$ = 800°С (const) до температуры в центре 600...700°С. В процессе нагрева фиксировать изменение температуры центра и поверхности образца через каждые 3...5 мин. Результаты измерений внести в таблицу 2.13.

Таблица 2.13 – Результаты измерений и расчетов

№	Время нагрева, мин	Температура, C^0				
		$t_{печи}$	$t_{пов}$		$t_{центра}$	
			Замер	Расчёт	Замер	Расчёт

Порядок расчета

1 Построить температурные графики нагрева стального образца по экспериментальным данным:

$$t_{печи}=f(\tau);\quad t_{пов}=f(\tau);\quad t_ц=f(\tau);\quad \Delta t=t_{пов}-t_ц=f(\tau).$$

2 Определить критерий Био:

$$Bi=\frac{\alpha R}{\lambda},$$

где α — коэффициент теплоотдачи от окружающей среды к нагреваемому изделию, Вт/($м^{2}\cdot{}^oС$);

R - радиус образца, м;

λ – коэффициент теплопроводности материала образца, Вт/(м·К).

Коэффициент теплоотдачи определяем по формуле

$$\alpha = C_{пр}\left[\left(\frac{T_{печ}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{пов}}{100}\right)^4\right]\frac{1}{T_{печ} - T_{пов}},$$

где $C_{пр}$ – приведенный коэффициент излучения системы, Вт/(м^2·К^4).

Приведенный коэффициент излучения в печи определяем по выражению

$$C_{пр} = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)},$$

где C_0 – коэффициент излучения абсолютно чёрного тела,

C_0 = 5,77 Вт/(м^2·К^4);

ε_1, ε_2 – степень черноты металла и стенок в данной работе принимаем $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}8$;

F_1, F_2 - площади поверхности и, соответственно, металла и стенок печи, м^2.

Размеры муфеля печи:

длина – 320 мм, ширина – 195 мм, высота – 120 мм.

Коэффициенты теплоотдачи в начале и в конце нагрева определим из уравнений:

$$\alpha_н = \frac{C_{пр}\left[\left(\frac{T^н_{печ}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T^н_{мет}}{100}\right)^4\right]}{T^н_{печ} - T^н_{мет}}; \quad \alpha_к = \frac{C_{пр}\left[\left(\frac{T^к_{печ}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T^к_{мет}}{100}\right)^4\right]}{T^к_{печ} - T^к_{мет}}.$$

Так как температура поверхности образца изменяется при его нагреве, то расчёт ведётся по среднегеометрическому значению коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha_{ср} = \sqrt{\alpha_н \alpha_к}.$$

Коэффициент теплопроводности λ определяется из таблицы 2.14 при средней температуре нагрева:

$$t_{ср} = 0{,}5\left[t^н_{мет} + 0{,}5\left(t^к_{пов} + t^к_ц\right)\right],$$

где $t_{мет}^{н}$ – начальная температура металла, принимается равной температуре помещения, ^{0}С.

Таблица 2.14 – Зависимость коэффициента теплопроводности стали от температуры

t, ^{0}С	0	100	200	300	400	500	600	700
λ, Вт/(м·^{0}С)	51,9	50,6	48,1	45,6	41,9	38,1	33,6	30,0

С учетом изложенного критерий Био определяется из выражения

$$Bi = \frac{\alpha_{ср} R}{\lambda},$$

где $\alpha_{ср}$- средний коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·^{0}С);

R - радиус образца, м;

λ - коэффициент теплопроводности при $t_{ср}$, Вт/(м·^{0}С).

3 Определить критерий Фурье:

$$F_0 = \frac{a\tau}{R^2},$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ - коэффициент температуропроводности стали;

λ - коэффициент теплопроводности стали при $t_{ср}$, Вт/(м·^{0}С);

C - теплоемкость стали при $t_{ср}$, Дж/(кг·^{0}С) (табл.2.15);

ρ - плотность стали, кг/м^3;

τ - время нагрева, с;

R - радиус образца, м.

Таблица 2.15 – Зависимость теплоемкости стали от температуры

t, ^{0}C	100	200	300	400	500	600	700
C, Дж/(кг·^{o}C)	502	502,5	519	534	551,8	582,6	610,7

4 Пользуясь графиками Будрина, по значениям критериев Bi и F_0 определить температурный критерий поверхности $\theta_{пов}$ (рис.2.23) и температурный критерий центра $\theta_ц$ цилиндрического образца (рис.2.24).

5 Рассчитать конечные температуры поверхности $t_{пов}{}^к$ и центра $t_ц{}^к$ образца исходя из условий:

$$\theta_{пов} = \frac{t_{печ} - t^к_{пов}}{t_{печ} - t^н_{пов}}; \qquad \theta_ц = \frac{t_{печ} - t^к_ц}{t_{печ} - t^н_ц};$$

$$t^к_{пов} = t_{печ} - \theta_{пов}(t_{печ} - t^н_{пов});$$

$$t^к_ц = t_{печ} - \theta_ц(t_{печ} - t^н_ц).$$

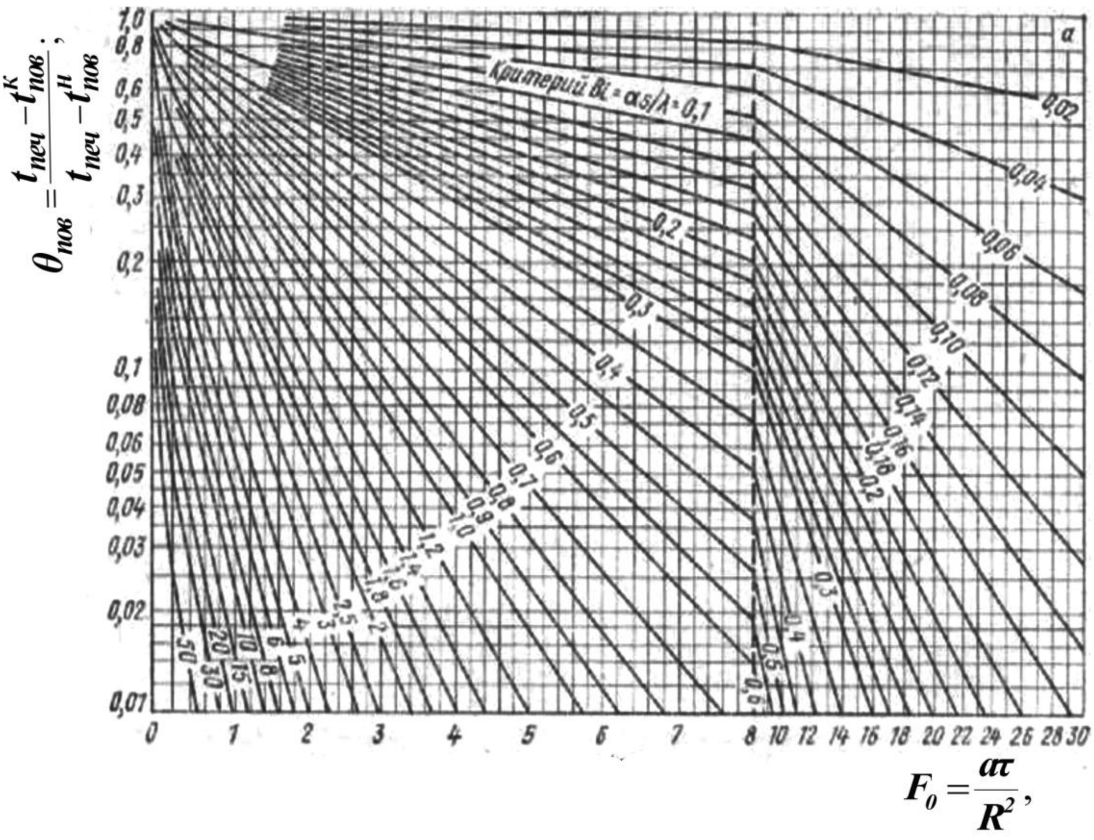

Рисунок 2.23 – Вспомогательный график для расчёта нагрева и охлаждения поверхности цилиндра

6 Сравнить расчётные и опытные конечные значения температур поверхности и центра цилиндрического образца. Проанализировать методы расчёта температур, сделать выводы.

Рисунок 2.24 – Вспомогательный график для расчёта нагрева
или охлаждения оси цилиндра

Контрольные вопросы

1 Что такое стационарный режим нагрева?

2 В чём состоит физический смысл градиента температуры?

3 Почему в процессе нагрева центр и поверхность изделия имеют разные температуры?

4 Как можно устранить перепад температуры по длине изделия?

5 Какие физические параметры состояния тела влияют на перепад температур по сечению изделия?

6 Чем вреден перепад температур?